

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНБАССКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА И  
АРХИТЕКТУРЫ»**

*На правах рукописи*



**Чернышева Оксана Александровна**

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ  
СРЕДСТВА МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕРЕГУЛЯРНОЙ  
ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ (технические науки)

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Донецк – 2018

Работа выполнена в ГОУ ВПО «ДОНБАССКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА И АРХИТЕКТУРЫ», г. Макеевка.

**Научный руководитель:** кандидат технических наук, доцент  
**Конопацкий Евгений Викторович**,  
ГОУ ВПО «ДОНБАССКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ  
АКАДЕМИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА И  
АРХИТЕКТУРЫ» (г. Макеевка), доцент  
кафедры специализированных  
информационных технологий и систем

**Официальные оппоненты:** доктор технических наук,  
**Кобзаренко Дмитрий Николаевич**,  
ФГБУН Институт проблем геотермии ДНЦ  
РАН, Российская Федерация, Республика  
Дагестан (г. Махачкала), заведующий  
лабораторией информационных технологий в  
энергетике;

кандидат технических наук, доцент  
**Прокопенко Елена Васильевна**,  
ГОУВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(г. Донецк), доцент кафедры «Прикладная  
математика»;

**Ведущая организация:** Республиканский академический научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт горной геологии, геомеханики, геофизики и маркшейдерского дела (РАНИМИ) (г. Донецк)

Защита состоится «12» февраля 2019г. в 12.00 часов на заседании диссертационного совета Д 01.024.04 при ГОУВПО «ДОННТУ» и ГОУВПО «ДОННУ» по адресу: 283001, г. Донецк, ул. Артема, 58, корп. 1, ауд. 203  
Тел./факс: 380(62) 304-30-55, e-mail: uchensovet@donntu.org.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГОУВПО «ДОННТУ» по адресу: 283001, г. Донецк, ул. Артема, 58, корп. 2. Адрес сайта университета: <http://donntu.org>

Автореферат разослан «\_\_\_» декабря 2018 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 01.024.04  
кандидат технических наук



Т.В. Завадская

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Аналитическое и компьютерное моделирование участка топографической поверхности относится к задачам определения цифровых моделей рельефа местности и является неотъемлемой составляющей современных геоинформационных систем, а также активно используется в горном деле, геодезии, картографии, землеустройстве, навигации, строительстве и т.д. На данный момент методы геометрического моделирования участка топографической поверхности по способу аппроксимации можно разделить на две категории: линейные и криволинейные. К линейной аппроксимации относятся различные способы триангуляции, преимуществом которых является возможность моделирования участка топографической поверхности на нерегулярной сети точек. Недостатком является значительное искажение формы топографической поверхности при больших расстояниях между исходными точками сети. К криволинейной аппроксимации можно отнести сплайновые методы моделирования топографической поверхности, которые более точно передают криволинейную форму топографической поверхности, но при этом их построение возможно исключительно на основе регулярной сети точек, а если исходная сеть имеет нерегулярный характер, то приходится выполнять дополнительную операцию – переход от нерегулярной сети точек к регулярной. Чтобы исключить необходимость такого перехода, возникает задача аппроксимации участка топографической поверхности криволинейной поверхностью, которая при этом может быть использована на нерегулярной сети точек без предварительной их обработки. Вместе с тем с изменением способа моделирования участка топографической поверхности возникает необходимость решения типовых задач на топографической поверхности, к которым относятся определение горизонталей участка топографической поверхности с последующим построением линий вероятного водотока, определение площади участка топографической поверхности и вертикальная планировка участка топографической поверхности. В этой связи совершенствование методов геометрического моделирования топографической поверхности на базе новых вычислительных алгоритмов и современных компьютерных средств является актуальной научно-практической задачей, имеющей отраслевое значение.

**Степень разработанности темы исследования.** Теоретической базой для проведения исследований стали работы ведущих отечественных и зарубежных учёных и их учеников:

– в области моделирования ЦМР: Мусина О.Р., Демиденко А.Г., Ястребова А.И., Мусихина В.В., Куркова Ю.С., Баранова Ю.Б., Кантемирова Ю.И., Киселевского Е.В., Болсуновского М.А., Попова Е.В., Коротина А.С., Клименко А.С., Бугрова Н.В., Голубева В.И., Дижевского А.Ю., Какауридзе Д.Г., Маруяски Т., Мураи С., Накамуры Х., Нгуена Тхе Конга, Обоймова А.С., Фролова П.В., Флоринского И.В.,

Кочневой А.А., Семеновой Е.Ю., Костина А.В., Хромых О.В., Хромых В.В., Шимы Ж. и др.

– в области определения объемов земляных работ: Видуева Н.Г., Галясовского И.В., Иевлевой О.Т., Дранишников Ю.А. и др.

– в области создания и развития БН-исчисления: Балюбы И.Г., Бездитного А.А., Бумаги А.И., Верещаги В.М., Горягина Б.Ф., Давыденко И.П., Конопацкого Е.В., Крысько А.А., Кучеренко В.В., Малютиной Т.П., Найдыша А.В., Найдыша В.М., Полищука В.И., Скидана И.А. и др.;

Несмотря на значительный объем исследований и наличие широкого спектра программных продуктов в области создания цифровых моделей рельефа местности, на данный момент отсутствует единый, математически обоснованный подход, позволяющий моделировать криволинейные участки топографической поверхности на нерегулярной сети точек без предварительной обработки исходных данных, которая заключается в переходе от нерегулярной сети точек к регулярной.

**Целью исследования является** разработка вычислительных алгоритмов и компьютерных средств моделирования нерегулярной топографической поверхности.

Для достижения поставленной цели сформулированы и решены следующие **задачи**:

1. Разработка вычислительного алгоритма моделирования участка нерегулярной топографической поверхности, состоящей из регулярных 16-точечных отсеков.

2. Определение площади участка нерегулярной топографической поверхности.

3. Разработка вычислительных алгоритмов построения горизонталей отсека топографической поверхности и линий вероятного водотока.

4. Решение задачи вертикальной планировки для проектирования горизонтальной площадки на топографической поверхности.

5. Разработка комплекса программ, реализующих вычислительные алгоритмы моделирования нерегулярной топографической поверхности, включающие решение широкого спектра инженерных задач на топографической поверхности.

6. Верификация результатов моделирования путём вычислительного эксперимента с использованием полученного комплекса программ.

**Объект исследования** – участок нерегулярной топографической поверхности.

**Предмет исследования** – вычислительные точечные алгоритмы и компьютерные средства моделирования нерегулярной топографической поверхности.

**Научная новизна полученных результатов:**

1. Впервые предложен вычислительный алгоритм геометрического моделирования участка нерегулярной топографической поверхности, состоящей из регулярных 16-точечных отсеков, который является

теоретической основой для создания комплекса программ решения инженерных задач на топографической поверхности.

2. Получили дальнейшее развитие способы определения площади поверхности участка топографической области на базе нового алгоритма моделирования нерегулярной топографической поверхности, состоящей из регулярных 16-ти точечных отсеков. Предложенный алгоритм позволяет определить площадь отсека топографической поверхности с помощью высокоточных методов интегрального и дифференциального исчисления, а не с помощью приближённых методов дискретной интерполяции, которые нашли широкое применение на практике.

3. Впервые обоснован вычислительный алгоритм построения горизонталей участка топографической поверхности, состоящий из 16-точечных отсеков, и предложен вычислительный алгоритм формирования линий вероятного водотока на топографической поверхности, который расширяет возможности применения цифровых моделей поверхности земельного участка, для определения скорости развития эрозионных процессов на землях сельскохозяйственного назначения и создаёт предпосылки для разработки автоматизированной системы мониторинга состояния грунтов.

4. Предложен вычислительный алгоритм вертикальной планировки для проектирования горизонтальной площадки на топографической поверхности, который позволяет определить необходимую проектную отметку высот для минимизации объёмов земляных работ.

**Теоретическая значимость работы** состоит в обосновании нового способа геометрического и компьютерного моделирования незакономерной криволинейной поверхности на основе дискретно заданной нерегулярной сети точек с помощью кривых 3-го порядка двойкой кривизны, который может быть эффективно использован не только для создания цифровых моделей рельефа местности, но и для моделирования двухфакторных процессов и явлений с большим количеством исходной экспериментально-статистической информации.

Исследования по теме диссертации выполнены в рамках научно-исследовательской работы ГОУ ВПО «ДОНБАССКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА И АРХИТЕКТУРЫ» К-2-09-11 «Создание графического и вычислительного аппарата для моделирования топографических линий и поверхностей и их взаимного положения в рамках специализации «Землеустройство» (номер государственной регистрации 0111U0081760).

**Практическая значимость полученных результатов** заключается в реализации разработанных вычислительных алгоритмов для решения широкого спектра задач на топографических картах и планах, в том числе:

– составление землеустроительной и кадастровой проектной документации;

– построение цифровых моделей рельефа местности на основе дискретного массива точек при создании геоинформационных систем и баз

данных географической информации;

- создание информационных и технологических систем управления ресурсами в процессах воспроизведения товарной продукции плодоводства на мелиоративных землях при построении геоморфологических карт;

- подготовка проектной документации для вертикальной планировки топографической поверхности многоцелевого назначения.

В результате разработан комплекс программ решения инженерных задач на нерегулярной топографической поверхности, состоящей из регулярных 16-точечных отсеков, который позволяет моделировать топографическую поверхность, как на регулярной, так и на нерегулярной сети точек, сохраняя при этом криволинейную форму аппроксимируемой поверхности.

Практическая ценность исследований подтверждается внедрением в практику подготовки проектной документации (справка о внедрении №51416 от 13.02.17 г. выдана отделом архитектуры и градостроительства администрации города Ясиноватая для составления проектной документации по вертикальной планировке жилых районов г. Ясиноватая), а также в учебный процесс ГОУ ВПО «ДОНБАССКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА И АРХИТЕКТУРЫ» (справка №4-04-1 от 13.01.17 г. принята к внедрению в учебный процесс при чтении лекций и проведении практических занятий по дисциплине «Инженерная графика при кадастровых работах» и «Географические информационные системы» для подготовки бакалавров по направлению 21.03.02 «Землеустройство и кадастры»).

**Методология и методы исследования.** Предложенные в работе вычислительные алгоритмы моделирования нерегулярной топографической поверхности основываются на графических методах формообразования геометрических объектов, аналитическое описание которых выполнено в рамках математического аппарата – БН-исчисление (точечное исчисление Балюбы-Найдыша), для которого точка представляется системой ее проекций на оси глобальной или локальной системы координат, что позволяет получать параллельные проекции геометрического объекта на подпространства и допускает покоординатный расчет геометрической объекта.

Также используются идеи и методы начертательной, аналитической, дифференциальной и аффинной геометрии. Программная реализация вычислительных алгоритмов в виде комплекса программ по расчету, визуализации и решению оптимизационных задач на топографической поверхности выполнено с помощью программного пакета Maple.

**Положения, выносимые на защиту:**

- вычислительный алгоритм моделирования нерегулярной топографической поверхности, состоящей из криволинейных регулярных 16-точечных отсеков, одинаково эффективно используется как на регулярной, так и на нерегулярной сети исходных точек без необходимости дополнительного преобразования нерегулярной сети точек в регулярную;

- комплекс программ, сформированный на основе вычислительных алгоритмов моделирования участка нерегулярной топографической

поверхности, позволяет с высокой точностью выполнять реконструкцию цифровых моделей рельефа местности на основе спутниковых снимков, исключая артефакты, полученные в результате съёмки;

– линейная зависимость между высотными отметками и разностью объёмов выемки и насыпи, установленная для определения проектной отметки вертикальной планировки цифровой модели рельефа местности, полученной на основе криволинейных регулярных 16-точечных отсеков поверхности.

**Степень достоверности и апробация результатов** обеспечивается корректным использованием математического аппарата БН-исчисление, который основан на инвариантах аффинной геометрии. Также корректность аналитических моделей геометрических объектов проверена с помощью компьютерно-графических изображений, полученных в программном пакете Maple, по которым визуально определялось соответствие геометрической формы параметрическим уравнениям. Кроме того выполнено исследование точности моделирования и расчёта площади с помощью предложенных в работе вычислительных алгоритмов на эталонной сферической поверхности. Результаты решения оптимизационной задачи вертикальной планировки подтверждаются значительным количеством вычислительных экспериментов, проведенных как на регулярной, так и на нерегулярной сети исходных точек.

Полученные результаты, положения и выводы отвечают соответствующим требованиям паспорта специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (технические науки), в частности: п.1 «Разработка новых математических моделей и методов компьютерного моделирования явлений, объектов, систем и процессов»; п.3 «Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий»; п.4 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов»; п.5 «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современных технологий математического моделирования и вычислительного эксперимента».

Тема и содержание диссертации Чернышевой О.А. соответствует паспорту научной специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (технические науки), по которой диссертационному совету Д 01.024.04 предоставлено право принимать диссертационные работы к защите.

**Апробация результатов диссертации.** Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на: XVIII Юбилейной международной научно-практической конференции «Научные итоги: достижения, проекты, гипотезы» (г. Минеральные Воды, 2013 г.); XVI Международной научно-практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования» (г. Мелитополь, 2014 г.); Всеукраинской научно-методической конференции «Компьютерно-интегрированные технологии: образование, наука, производство» (г. Луцк,

2015 г.); Международной научной конференции Московского физико-технического института (государственного университета) Института физико-технической информатики SCVRT1516 (г. Москва, 2016 г.), 3-й Республиканской конференции молодых ученых, аспирантов, студентов «Научно-технические достижения студентов, аспирантов, молодых ученых строительно-архитектурной отрасли» (г. Макеевка, 2017 г.), VII Международной научно-практической Интернет-конференции КГП-2017 «Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации» (г. Пермь, 2017 г.), научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов «Графика. Вчера, сегодня, завтра» (г. Донецк, 2017 г.), XVII Международной конференции «Здания и сооружения с применением новых материалов и технологий» (г. Макеевка, 2018).

**Личный вклад.** Основные научные результаты диссертации, которые включают вычислительные алгоритмы моделирования участка топографической поверхности, состоящей из регулярных 16-точечных отсеков, на регулярной и нерегулярной сети точек, а также моделирование горизонталей и линий вероятного водотока, расчёт площадей и объёмов топографической поверхности и её вертикальную планировку с соблюдением баланса земляных работ, а также комплекс программ для их реализации получены автором лично.

**Публикации.** Основные научные результаты диссертации опубликованы автором самостоятельно и в соавторстве в 12 научных изданиях, 5 из них в рецензируемых научных изданиях: в том числе 3 – в рецензируемых научных журналах и изданиях, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук в Российской Федерации, 2 – в зарубежных научных изданиях, 3 – по материалам научных конференций, 4 – в других изданиях.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырех глав с выводами, заключения и списка использованной литературы. Общий объём текста диссертации – 150 страниц, включая 37 рисунков, 5 таблиц, библиографический список из 137 наименований и 5 приложений.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Введение** содержит общую характеристику работы. Обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследований. Показана научная новизна и практическое значение полученных результатов.

В **первом разделе** выполнен анализ существующих методов определения цифровых моделей рельефа местности (ЦМР), который показал, что все существующие способы можно разделить на 2-е группы:

Первая группа – способы, основанные на нелинейной интерполяции высот с использованием полиномов, сплайнов, корреляционных функций и т.п.:

– кусочно-полиномиальный способ;



– способы, основанные на применении рядов Фурье.

Вторая группа – способы, основанные на построении геометрически упорядоченной (регулярной или нерегулярной) модели, элементами которой являются либо упорядоченные линии, либо поверхности различных многогранников:

- Цифровая модель TIN;
- Цифровая модель DEM;
- Фотограмметрическая технология построения цифровой модели.

Каждому из методов свойственны свои недостатки, представленные на рисунке 1.



Рисунок 1 – Недостатки существующих методов построения

В работе были проанализированы существующие способы вертикальной планировки для проектирования горизонтальной площадки на топографической поверхности, что обусловлено широким применением вертикальной планировки в строительной практике при строительстве дорог, аэродромов, детальной планировки и застройки района города.

Анализ показал, что в практике проектирования используются три метода:

- проектных (красных) отметок;

- продольных и поперечных профилей;
- проектных (красных) горизонталей.

Основным недостатком этих методов является применение линейной интерполяции, что ведет к значительному увеличению количества вычислительных операций для достижения необходимой точности. Другим недостатком является большое количество итераций, которые необходимы для соблюдения баланса земляных работ. Этих недостатков можно избежать, используя метод геометрического моделирования дуг кривых, проходящих через наперед заданные точки.

**Второй раздел** посвящён разработке вычислительных алгоритмов моделирования участка топографической поверхности.

Наиболее простыми и изученными криволинейными формами являются кривые 2-го порядка. Поэтому в работе были исследованы ЦМР состоящие из 9-точечных отсеков, на основе регулярной сети точек с помощью параболической, эллиптической и гиперболической интерполяции. Однако на нерегулярной сети точек такой способ моделирования не может быть использован без предварительной обработки данных. Для аппроксимации участка топографической поверхности на основе нерегулярной сети точек необходима линия двойкой кривизны, наиболее простой из которых, является дуга кривой Безье 3-го порядка:

$$M = A\bar{t}^3 + 3C_1\bar{t}^2t + 3C_2\bar{t}t^2 + Bt^3, \quad (1)$$

где  $A$  и  $B$  – начальная и конечная точки дуги кривой Безье 3-го порядка;

$C_1$  и  $C_2$  – точки, определяющие положение касательных в начальной и конечной точках.

$t$  – текущий параметр.

$\bar{t} = 1 - t$  – дополнение параметра до 1.

Модифицировав уравнение (1), чтобы дуга кривой Безье 3-го порядка проходила через 4 наперёд заданные точки  $M_1, M_2, M_3$  и  $M_4$ , получим:

$$M = (M_1\bar{t} + M_2t) \frac{2 - 9\bar{t}t}{2} + \frac{9\bar{t}t [M_3(2 - 3t) + M_4(3t - 1)]}{2}. \quad (2)$$

Воспользуемся полученным точечным уравнением модифицированной дуги кривой Безье 3-го порядка для конструирования отсека криволинейной поверхности. Для унификации будем использовать одно и то же уравнение (2). Тогда для построения образующей необходимо иметь 4 направляющие линии (по количеству текущих точек). Если каждая из направляющих будет определяться уравнением (2), то в итоге получим вычислительный алгоритм построения отсека топографической поверхности, проходящий через 16-ть наперёд заданных точек:

$$\begin{cases}
 M_0 = (A_{00}\bar{t} + A_{30}t) \frac{2-9\bar{t}t}{2} + \frac{9\bar{t}t [A_{10}(2-3t) + A_{20}(3t-1)]}{2}, \\
 M_1 = (A_{01}\bar{t} + A_{31}t) \frac{2-9\bar{t}t}{2} + \frac{9\bar{t}t [A_{11}(2-3t) + A_{21}(3t-1)]}{2}, \\
 M_2 = (A_{02}\bar{t} + A_{32}t) \frac{2-9\bar{t}t}{2} + \frac{9\bar{t}t [A_{12}(2-3t) + A_{22}(3t-1)]}{2}, \\
 M_3 = (A_{03}\bar{t} + A_{33}t) \frac{2-9\bar{t}t}{2} + \frac{9\bar{t}t [A_{13}(2-3t) + A_{23}(3t-1)]}{2}, \\
 M = (M_0\bar{\tau} + M_3\tau) \frac{2-9\bar{\tau}\tau}{2} + \frac{9\bar{\tau}\tau [M_1(2-3\tau) + M_2(3\tau-1)]}{2}.
 \end{cases} \quad (3)$$

Предложенный вычислительный алгоритм прошёл успешную апробацию при создании ЦМР, как на регулярной, так и на нерегулярной сети точек. В качестве примера рассмотрим ЦМР на регулярной сети, состоящей из 96-ти 16-точечных отсеков (Рисунок 2).

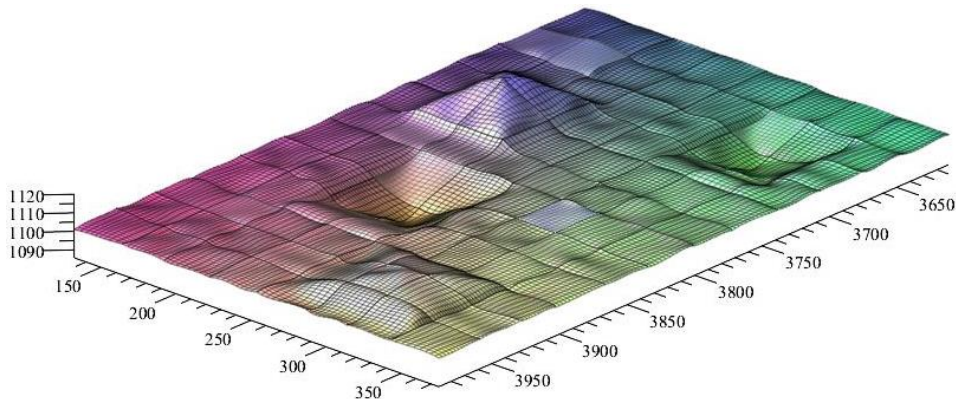


Рисунок 2 – Визуализация результатов моделирования участка топографической поверхности на регулярной сети точек

На втором примере показано построение ЦМР, расположенной в верховьях балки Каменская (г. Лисичанск), построенной на нерегулярной сети точек. На рисунке 3 представлена исходная план-схема участка, состоящая из 18-ти 16-точечных отсеков и визуализация полученной модели поверхности. Как видно из рисунка 3, все 16-точечные отсеки носят незакономерный характер. Заметим, что в случае, когда отсек состоит из количества точек менее 16, то без потери общности некоторые точки можно сделать кратными.

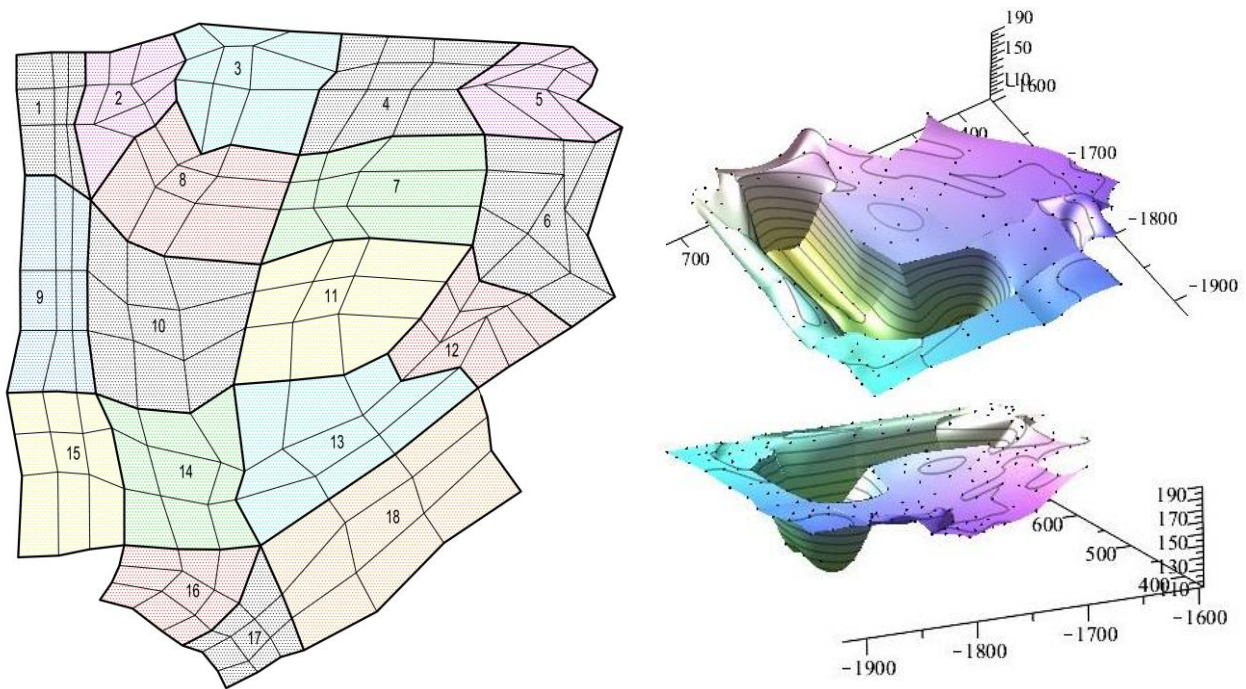


Рисунок 3 – Визуализация результатов моделирования участка топографической поверхности на нерегулярной сети точек

Также предложенный вычислительный алгоритм может быть эффективно использован для реконструкции ЦМР на основе спутниковых снимков дистанционного зондирования земной поверхности (Рисунок 4).

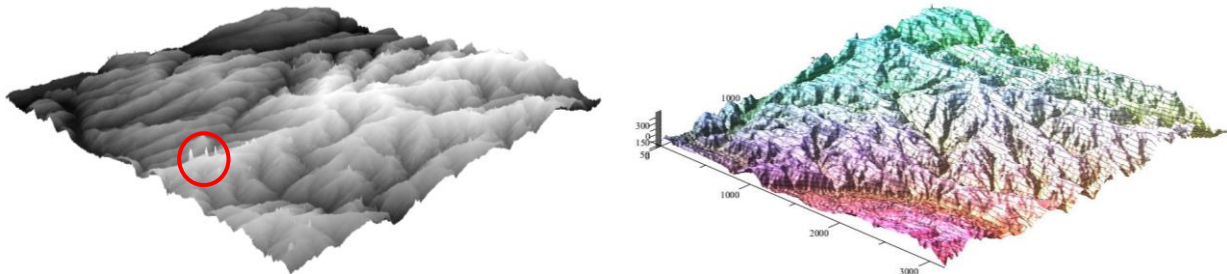


Рисунок 4 – Сравнение результатов моделирования ЦМР на основе спутниковых снимков SRTM

На рисунке 4 хорошо видно, что модель, полученная средствами ArcGIS (слева) на основе триангуляции, имеет резкие неконтролируемые всплески высот, что приводит к необходимости дополнительной обработки результатов моделирования. Этих недостатков лишена ЦМР, состоящая из 4356 регулярных 16-точечных отсеков (справа).

**Третий раздел** посвящён разработке вычислительных алгоритмов решения задач на топографической поверхности, к которым можно отнести определение горизонталей, линий вероятного водотока, вычисление площадей и объёмов.

В работе предложен вычислительный алгоритм построения горизонталей отсека топографической поверхности как линий пересечения горизонтальной плоскости и топографической поверхности, на основе которого разработан принципиальный алгоритм построения линий вероятного водотока:

1. Выбираем горизонталь, имеющую наибольшую высотную отметку и выделяем на ней исходную точку  $N_i$ .

2. Выбираем соответствующую друг другу пару точек: исходная точка  $N_i$  и текущая точка соседней горизонтали  $M_i$  (Рисунок 5).

3. Определяем квадрат длины отрезка, соединяющую исходную точку с текущей точкой соседней горизонтали:

$$(N_i M_i)^2 = \sum (N_i - M_i)^2.$$

Таким образом, получим квадрат длины отрезка как функцию от параметра  $t$ . Далее нужно определить такое значение параметра  $t$ , при котором длина отрезка  $N_i M_i$  будет минимальной.

4. Минимизируем квадрат длины отрезка  $N_i M_i$ . Для этого находим производную функции длины отрезка по параметру  $t$  и приравняем её к нулю:

$$(N_i M_i^2)'_t = 0.$$

5. Решив полученное уравнение, получим несколько значений параметра  $t$ , при которых достигаются экстремальные значения квадрата длины, отрезка  $N_i M_i$ . Выбираем из корней уравнения только те, которые принадлежат интервалу  $[0; 1]$ . Если таких значений будет несколько, то выбираем минимальное из них.

6. Подставляем полученное значение параметра  $t$  в уравнение соответствующей горизонтали и определяем точку  $K_i$ , которая задаёт отрезок линии наибольшего уклона топографической поверхности.

7. Далее сдвигаемся на одну горизонталь вниз и повторяем алгоритм, только в качестве исходной точки выбираем точку, полученную ранее на предыдущей горизонтали, т.е.  $N_{i+1} = K_i$ .

Другой важной практической задачей является определение площадей участка топографической поверхности, поскольку она напрямую влияет на стоимость участка. В работе предложено два способа определения площади отсека топографической поверхности с помощью двойного интеграла. Первый из них основан на использовании коэффициентов первой квадратичной формы, второй представлен следующим соотношением:

$$S = \iint_{\Omega} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} |I| dt d\tau, \quad (4)$$

где  $I = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \tau} & \frac{\partial x}{\partial t} \\ \frac{\partial y}{\partial \tau} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{vmatrix}$  – определитель матрицы Якоби;

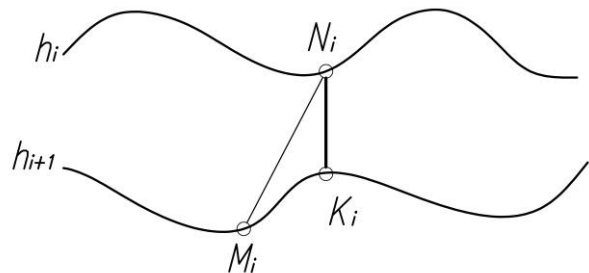


Рисунок 5 – Построение линий вероятного водотока



$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{13,5\tau^2(3z_{i1} - 3z_{i2} - z_{i0} + z_{i3}) + 9\tau(4z_{i2} + 2z_{i0} - 5z_{i1} - z_{i3}) + z_{i3} + 9z_{i1} - 4,5z_{i2} - 5,5z_{i0}}{13,5\tau^2(3x_{i1} - 3x_{i2} - x_{i0} + x_{i3}) + 9\tau(4x_{i2} + 2x_{i0} - 5x_{i1} - x_{i3}) + x_{i3} + 9x_{i1} - 4,5x_{i2} - 5,5x_{i0}},$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{13,5\tau^2(3z_{i1} - 3z_{i2} - z_{i0} + z_{i3}) + 9\tau(4z_{i2} + 2z_{i0} - 5z_{i1} - z_{i3}) + z_{i3} + 9z_{i1} - 4,5z_{i2} - 5,5z_{i0}}{13,5\tau^2(3y_{i1} - y_{i2} - y_{i0} + y_{i3}) + 9\tau(4y_{i2} + 2y_{i0} - 5y_{i1} - y_{i3}) + y_{i3} + 9y_{i1} - 4,5y_{i2} - 5,5y_{i0}}.$$

Площадь всего участка топографической поверхности определяется суммой площадей 16-точечных отсеков, из которых он состоит. С помощью площади была проверена точность аппроксимации, предложенного способа моделирования поверхности. В качестве эталонной поверхности был использован отсек сферы. Сравнение производилось с моделью TIN для регулярной и нерегулярной сети точек. При использовании регулярной сети (Рисунок 6) точность моделирования предложенного нами способа составила 0,25%, а при использовании модели TIN – 5,61%.

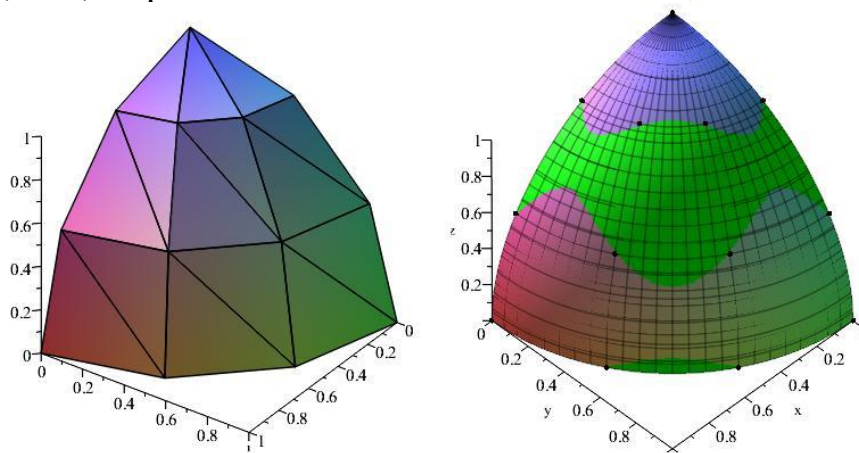


Рисунок 6 – Модели отсека сферической поверхности, построенные на регулярной сети

При использовании нерегулярной сети точек (Рисунок 7) погрешность моделирования предложенного нами способа составила 0,14%, а при использовании модели TIN – 6,24%. Следует отметить, что погрешность моделирования поверхности на нерегулярной сети точек в значительной мере зависит от расположения исходных точек на поверхности сферы и может принимать и другие значения.

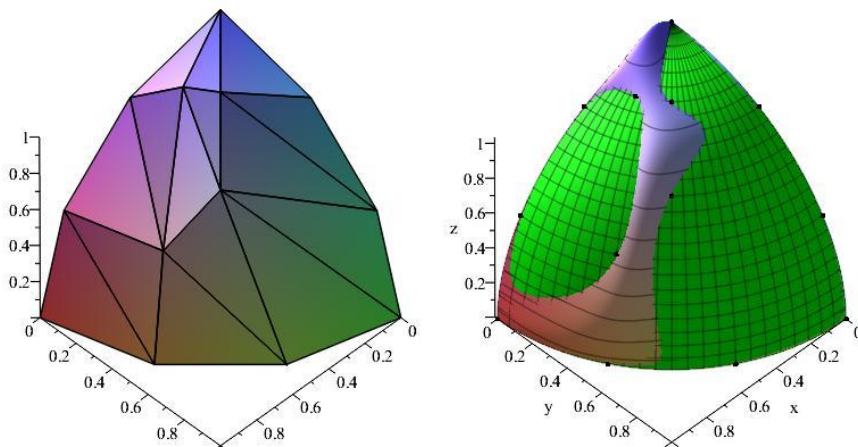


Рисунок 7 – Модели отсека сферической поверхности, построенные на нерегулярной сети

Аналогично площади определяется объём криволинейного отсека топографической поверхности, проходящей через 16 наперед заданных точек.

$$V = \iint_D z(x, y) dx dy = \iint_D z(t, \tau) |I| dt d\tau, \quad (6)$$

где  $z(t, \tau)$  – параметрическое уравнение координаты  $z$  из последовательности точечных уравнений (5);

$D = \{0 \leq t \leq 1, 0 \leq \tau \leq 1\}$  – область определения функции.

**Четвертый раздел** посвящен разработке вычислительного алгоритма вертикальной планировки для проектирования горизонтальной площадки на топографической поверхности с учётом разрыхления грунтов и пород.

Вычислительные эксперименты на различных участках топографической поверхности показали, что эта зависимость носит линейный характер. Исходя из этого, задача сводится к определению разности объёмов выемки и насыпи для двух любых высотных отметок с последующим решением линейного уравнения  $\Delta V = 0$ . Разность объёмов выемки и насыпи можно получить из соотношения (6):

$$\Delta V_i = \iint_D [z(t, \tau) - h_i] |I| dt d\tau, \quad (7)$$

где  $h_i$  –  $i$ -я высотная отметка секущей плоскости, ограничивающей отсек топографической поверхности.

Учёт степени разрыхления грунтов и пород для пересчета объема, замеренного в отвале или насыпи, в объем, соответствующий естественной плотности грунта или породы был выполнен с помощью уточняющих коэффициентов на основе данных ЕНиР (Сборник Е2 «Земляные работы»).

Вычислительные эксперименты показали высокую степень достоверности предложенного алгоритма, которая находится в пределах 0,1%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация является законченной научно-исследовательской работой, в которой получено новое решение класса инженерных задач на топографической поверхности, реализованных с помощью вычислительных алгоритмов и компьютерных средств и составляющих комплекс программ моделирования топографической поверхности, которые обеспечивают осуществление моделирования участка нерегулярной топографической поверхности, состоящей из регулярных 16-точечных отсеков, на регулярной и нерегулярной сети точек, а также моделирование горизонталей и линий вероятного водотока, расчёт площадей и объёмов топографической поверхности и её вертикальную планировку с соблюдением баланса земляных работ. Основные научные результаты и выводы, полученные при выполнении работы, состоят в следующем:

1. Выполненный анализ существующих способов создания ЦМР показал наличие как общих, так и частных недостатков, главным из которых является большой объём вычислений, необходимый для точной передачи

незакономерной формы рельефа местности, а также необходимость преобразования нерегулярной сети точек в регулярную при использовании криволинейной интерполяции для создания ЦМР. Исходя из этого разработку новых инструментов ЦМР, полученных на основе точечных уравнений, которые могли бы охватить большее количество исходных точек, можно считать актуальной научно-практической задачей.

2. Исследованы способы моделирования дуг алгебраических кривых и отсеков поверхности 2-го и 3-го порядков, проходящих через наперед заданные точки, которые являются основой для создания вычислительных алгоритмов моделирования нерегулярной топографической поверхности, состоящей из регулярных отсеков, проходящих через наперёд заданные точки.

3. Предложен вычислительный алгоритм реконструкции отсека топографической поверхности, проходящей через 16 наперёд заданных точек, с помощью модифицированного уравнения дуги кривой Безье 3-го порядка. Предложенный способ определения топографической поверхности позволяет не только минимизировать количество необходимых вычислений и более точно аппроксимировать криволинейную форму топографической поверхности, но и усовершенствовать существующий инструментарий современных геоинформационных систем в части моделирования цифрового рельефа местности.

4. Предложен способ расшифровки спутниковых снимков рельефа местности SRTM3, в основу которого положен вычислительный алгоритм аппроксимация поверхности рельефа местности регулярными 16-точечными отсеками поверхности. Такой подход кроме прочих преимуществ позволяет нивелировать влияние мелких артефактов в виде различного рода пятен при построении модели поверхности рельефа местности. Другим преимуществом предложенного метода является наличие итоговых уравнений регулярных 16-точечных отсеков, что позволяет использовать широкий инструментарий методов математического анализа для решения различного рода инженерных задач на итоговой поверхности рельефа местности.

5. Получены точечные и параметрические уравнения горизонталей отсека топографической поверхности и, на их основе, предложен вычислительный алгоритм формирования линий вероятных водотоков на топографической поверхности, что позволяет вычислять площадь водосбора и объем воды, а также определять направления разрушения грунта в результате водной эрозии. Вычисления можно проводить с любой наперед заданной плотностью горизонталей; причём увеличение количества горизонталей значительно повышает точность моделирования линий вероятного водотока.

6. Предложен способ расчёта площадей и объёмов отсека топографической поверхности, состоящей из 16-точечных отсеков, что позволяет решать инженерные задачи на топографической поверхности, и является теоретической основой для проведения вертикальной планировки на топографической поверхности, состоящей из регулярных 16-точечных отсеков.



7. Реализован вычислительный эксперимент по точности аппроксимации эталонной сферической поверхности предложенным способом моделирования поверхности по сравнению с моделью TIN на регулярной и нерегулярной сети точек. В результате предложенный способ аппроксимации сферической поверхности 16-точечным отсеком показал более качественные результаты по отношению к модели TIN.

8. Предложен вычислительный алгоритм вертикальной планировки для проектирования горизонтальной площадки на топографической поверхности с сохранением баланса земляных работ на основе геометрического моделирования зависимости разностей объемов выемки и насыпи от высотных отметок горизонтальных плоскостей уровня. При этом для предложенного вычислительного алгоритма моделирования установлена линейная зависимость между высотными отметками и разницей объемов выемки и насыпи. Это позволяет не только минимизировать объем выполнения работ по транспортировке грунта при конструировании горизонтальной площадки на топографической поверхности, но и потерю редкоземельных металлов при их добыче выщелачиванием.

9. Внедрены результаты исследований в практику подготовки проектной документации (справка о внедрении № 51416 от 13.02.17 г. выдана отделом архитектуры и градостроительства администрации города Ясиноватая для составления проектной документации по вертикальной планировке жилых районов г. Ясиноватая), а также в учебный процесс ГОУ ВПО «ДОНБАССКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА И АРХИТЕКТУРЫ» (справка №4-04-1 от 13.01.17 г. принята к внедрению в учебный процесс при чтении лекций и проведении практических занятий по дисциплине «Инженерная графика при кадастровых работах» и «Географические информационные системы» для подготовки бакалавров по направлению 21.03.02 «Землеустройство и кадастры»).

## **СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

*– публикации в ведущих рецензируемых научных журналах, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук в Российской Федерации:*

1. Чернышева, О.А. Вычисление площадей на реконструированной топографической поверхности [Текст] / О.А. Чернышева // Вестник компьютерных и информационных технологий. – М.: 2017. – № 5. – С. 45-50.

2. Чернышева, О.А. Вычислительный алгоритм вертикальной планировки отсека топографической поверхности [Текст] / О.А. Чернышева // Вестник компьютерных и информационных технологий. – М.: 2017. – № 10. – С. 13-19.

3. Конопацкий, Е.В. Моделирование криволинейного участка топографической поверхности на нерегулярной сети точек [Текст] /

Е.В. Конопацкий, О.А. Чернышева, Я.А. Кокарева // Вестник компьютерных и информационных технологий. – М.: 2018. – № 7. – С. 17-22.

– публикации в зарубежных научных изданиях

4. Конопацкий, Е.В. Теоретические основы определения топографической поверхности графо-вычислительным методом [Текст] / Е.В. Конопацкий, О.А. Чернышева // Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – Луцьк: ЛНТУ, 2015. – №19. – С. 211-214. (решена задача на топографической поверхности способом параболической интерполяции).

5. Конопацкий, Е.В. Теоретические основы решения задач с точками и прямыми в проекциях с числовыми отметками [Текст] / Е.В. Конопацкий, О.А. Чернышева // Вісник Черкаського університету. Серія прикладна математика. Інформатика. Науковий журнал. – Черкаси, 2013. – №38(291). – С. 33-40. (решены 4 задачи с точками и прямыми в ПЧО).

– публикации по материалам научных конференций:

6. Теоретические основы конструирования геометрических объектов многомерного пространства в БН-исчислении [Текст] / А.В. Найдыш, Е.В. Конопацкий, О.А. Чернышева и др. // Научные итоги: достижения, проекты, гипотезы: сб. докл. XVIII Юбилейной межд. науч.-практ. конф. (Минеральные Воды, 28 нояб. 2013 г.). – Минеральные Воды: Копир. множ. бюро СКФ БГТУ им. Г.Шумова, 2013. – Вып. 18. – С. 151-154. (определён 16-точечный отсек поверхности в БН-исчислении).

7. Чернышева, О.А. Аппроксимация топографической поверхности с помощью дуг кривых, проходящих через наперед заданные точки на основе полиномов Бернштейна [Текст] / О.А. Чернышева // V международная конференция «Ситуационные центры и информационно-аналитические системы для задач мониторинга и безопасности SC-IoT-VRTerro2016»: Труды межд. науч. конф. (Царь Град, 21–24 ноября 2016 г.). – Царь Град: МФТИ, 2016. – С. 134-138.

8. Чернышева, О.А. Построение линий вероятного водотока на топографической поверхности в БН-исчислении [Текст] / О.А. Чернышева, Е.В. Конопацкий // Материалы VII Международной научно-практической интернет-конференции КГП-2017 «Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации». – Пермь: ПНИПУ, 2017. – Вып. 4. – С.109-116. (создан вычислительный алгоритм построения линий вероятного водотока).

– публикации в других изданиях:

9. Чернышева, О.А. Эллипсоид Красовского в точечном исчислении Балюбы-Найдыша [Текст] / О.А. Чернышева // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Будівлі та конструкції із застосуванням нових матеріалів та технологій: зб. наук. пр. – Макіївка: ДонНАБА, 2014. – Вып. 2014-4(108). – С. 6-9.

10. Чернышева, О.А. Геометрические основы картографических проекций [Текст] / О.А. Чернышева // Сучасні проблеми моделювання: зб.

наук. пр. – Мелітополь: МДПУ ім. Б.Хмельницького, 2014. – Вып. 1. – С.144-149.

11. Малютина, Т.П. Определение вычислительных точечных алгоритмов раскроя листового металла для формирования трубчатых узлов решетчатых конструкций [Текст] / Т.П. Малютина, О.А. Чернышева, Г.Ю. Краснокутский // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. пр. – Мелітополь: МДПУ ім. Б.Хмельницького, 2014. – Вып. 1. – С.78-83. (*выполнена програмная реалізація побудови розв'язку поверхності*).

12. Конопацкий, Е.В. Решение интерполяционных задач на топографических картах и планах методами БН-исчисления [Текст] / Е.В. Конопацкий, О.А. Чернышева // Математика. Геометрія. Інформатика: Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь: МДПУ ім. Б.Хмельницького, 2014. – Т.1. – С.80-85. (*решена задача пересечения прямой с плоскостью общего положения в ПЧО*).

### АННОТАЦИЯ

Чернышева Оксана Александровна. **Вычислительные алгоритмы и компьютерные средства моделирования нерегулярной топографической поверхности.** – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки) – ГОУВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ», Донецк, 2018 г.

Диссертация посвящена разработке вычислительных алгоритмов и программных средств создания цифровых моделей рельефа местности, которые представляют универсальный инструмент моделирования участка нерегулярной топографической поверхности, состоящей из регулярных криволинейных 16-точечных отсеков, на регулярной и нерегулярной сети точек.

В работе исследованы вычислительные алгоритмы моделирования нерегулярной топографической поверхности, состоящие из регулярных отсеков, проходящих через наперед заданные точки. В результате для создания цифровых моделей рельефа местности выбран вычислительный алгоритм на основе криволинейных 16-точечных отсеков, полученных из дуг кривых двойкой кривизны проходящих через 4 наперед заданные точки, и обеспечивающий универсальность и эффективные возможности моделирования топографической поверхности, как на регулярной так и на нерегулярной сети точек без предварительной обработки исходных данных, которая заключается в переходе от нерегулярной сети точек к регулярной.

Используя предложенный вычислительный алгоритм, был создан специальный комплекс программ, обеспечивающий новое решение класса инженерных задач на топографической поверхности с применением вычислительных возможностей современной компьютерной техники,

включающий не только создание цифровых моделей рельефа местности на регулярной и нерегулярной сети точек, но и моделирование горизонталей и линий вероятного водотока, расчёт площадей и объёмов топографической поверхности и её вертикальную планировку с соблюдением баланса земляных работ.

Результаты исследований внедрены отделом архитектуры и градостроительства администрации города Ясиноватая для составления проектной документации по вертикальной планировке жилых районов г. Ясиноватая, а также в учебный процесс ГОУ ВПО «ДОНБАССКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА И АРХИТЕКТУРЫ».

**Ключевые слова:** вычислительные алгоритмы, геометрическое моделирование, ЦМР, участок топографической поверхности, регулярный отсек, нерегулярная сеть точек, горизонталы поверхности, площадь и объём поверхности, вертикальная планировка.

### ANNOTATION

Chernysheva Oksana Aleksandrovna. **Computational Algorithms and Tools for Modeling Irregular Topographic Surface** – a manuscript.

Thesis for the degree of Candidate of Technical Sciences in the specialty 05.13.18 – Mathematical modeling, numerical methods and software complexes (technical science) – SEIHPE «DONETSK NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY», Donetsk, 2018.

This thesis is devoted to the development of computational algorithms, software tools for creating a regular topographic surface of digital terrain models which are a universal tool for modeling the plot of irregular topographic surface consisting of regular curved 16-point compartments on a regular and irregular network of points.

Using the proposed computational algorithm, a special software package was created to provide a new solution to the class of engineering problems on the topographic surface using the computational capabilities of modern computer technology. It includes not only the creation of digital terrain models on a regular and irregular network of points, but the watercourse, the calculation of the areas and volumes of the topographic surface and its vertical layout in compliance with the balance of earthworks.

**Keywords:** computational algorithms, geometric modeling, DTM, topographic surface area, regular compartment, irregular network of points, surface contours, surface area and volume, vertical planning.